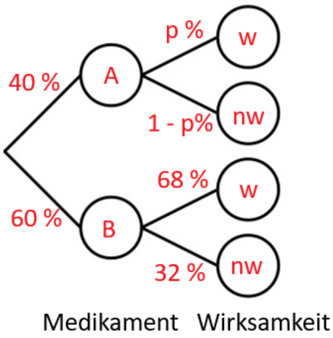
Abschlussprüfung 2025
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Lehrplan+ Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 14.12.2025

Aufgabe A1 - ohne Taschenrechner

A 1.1



A 1.2

Innerhalb eines Astes: Multiplizieren

Verschiedene Äste: Addieren

Also: **A und w**

$$\frac{40}{100} \cdot \frac{p}{100} = \frac{30}{100}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{p}{100} = \frac{30 \cdot 100}{100 \cdot 40}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{p}{100} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \quad \text{und damit } p = 75\ (\%), \text{ da } \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Aufgabe A2 - ohne Taschenrechner

A 2.1

Wir sehen „Ziehen ohne Zurücklegen" bei einem Freilos, bei „Gewinn" oder „Niete" ist das Spiel vorbei.

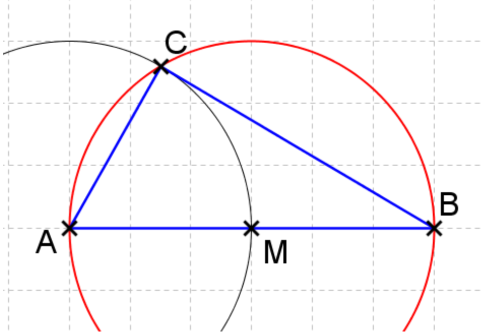
Idee: In einer Lostrommel befinden sich 11 Lose: 5 Gewinne, 5 Nieten und ein Freilos. Vitus darf ein Los ziehen. Sollte er das Freilos ziehen, darf er noch ein Los aus der Trommel ziehen.

A 2.2

G und **FG**

$$\frac{5}{11} + \frac{1}{11} \cdot \frac{5}{10} = \frac{50}{110} + \frac{5}{110} = \frac{55}{110} = 0{,}5 = 50\ \%$$

Aufgabe A3 – ohne Taschenrechner



A 3.1

M teilt die Strecke $\overline{AB}$, womit r = $\overline{AM}$ und C liegt auf dem Kreis. Ein klassischer Thaleskreis, bei dem die Winkel bei allen möglichen Punkten C_n auf k 90° haben.

A 3.2

$$\cos \sphericalangle BAC = \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AB}|} = \frac{3\ \text{cm}}{6\ \text{cm}} = 0{,}5 \Rightarrow \sphericalangle BAC = 60^\circ \text{ (Formelsammlung)}$$

A 3.3

$$A = 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle BAC \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{AB}|$$

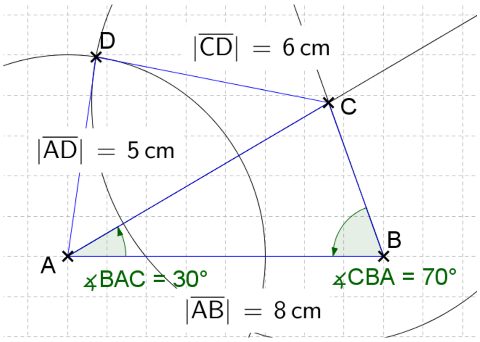
$$\Leftrightarrow \quad A = 0{,}5 \cdot \sin 60^\circ \cdot 3\ \text{cm} \cdot 6\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad A = 9 \cdot \sin 60^\circ\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad A = 9 \cdot \underbrace{0{,}5 \cdot \sqrt{3}}_{\text{Formelsammlung}}\ \text{cm}^2 = 4{,}5\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Aufgabe B1 – mit Taschenrechner

B 1.1



B 1.2

Dreieck ABC:

$\sphericalangle ACB = 180° - 30° - 70° = 80°$

Sinussatz:

$$\frac{|\overline{AC}|}{\sin \sphericalangle CBA} = \frac{|\overline{AB}|}{\sin \sphericalangle ACB}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AC}| = \frac{|\overline{AB}| \cdot \sin \sphericalangle CBA}{\sin \sphericalangle ACB} = \frac{8\ \text{cm} \cdot \sin 70°}{\sin 80°} = 7{,}63\ \text{cm}$$

Dreieck ACD:

Kosinus-Satz:

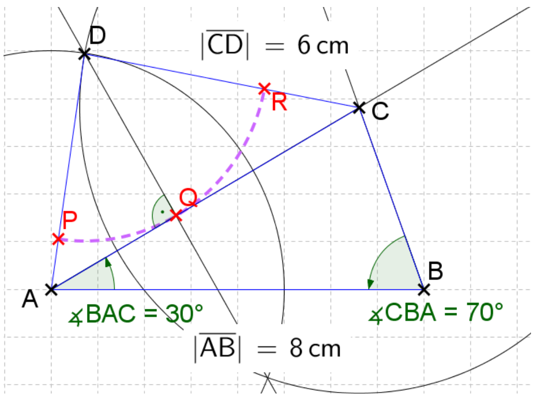
$$|\overline{AC}|^2 = |\overline{AD}|^2 + |\overline{CD}|^2 - 2 \cdot |\overline{AD}| \cdot |\overline{CD}| \cdot \cos \sphericalangle ADC$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ADC = \frac{|\overline{AC}|^2 - |\overline{AD}|^2 - |\overline{CD}|^2}{-2 \cdot |\overline{AD}| \cdot |\overline{CD}|}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ADC = \frac{(7{,}63\ \text{cm})^2 - (5\ \text{cm})^2 - (6\ \text{cm})^2}{-2 \cdot 5\ \text{cm} \cdot 6\ \text{cm}} = 0{,}05$$

$$\Rightarrow \sphericalangle ADC = 87{,}34°$$

B 1.3



Da der Kreis die Strecke in genau einem Punkt berührt, muss sein Radius $\overline{DQ}$ senkrecht auf $\overline{AC}$ stehen, womit $\sphericalangle DQA = 90°$

Aufgabe B2 – mit Taschenrechner
$y = 450 \cdot 0{,}97^x$

B 2.1
$1 - 0{,}97 = 0{,}03$ Also um 3 %.

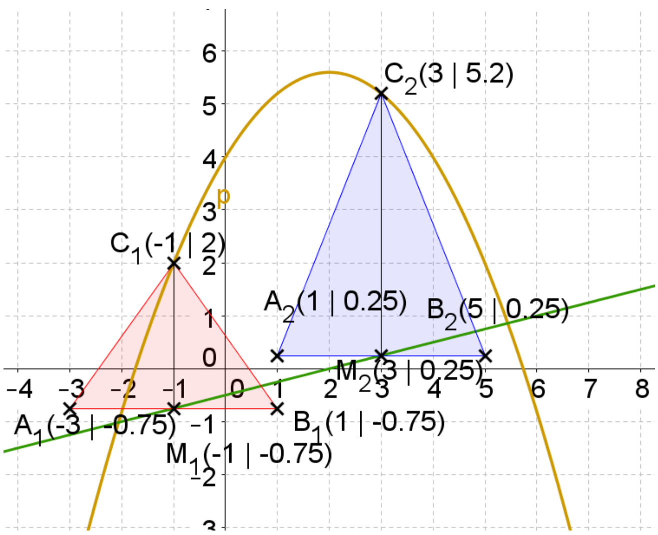
B 2.2
$450 \cdot 0{,}97^8 = 353$ (km)

$$\frac{353 \cdot 100\,\%}{450} = 78\,\%$$

B 2.3
$390 = 450 \cdot 0{,}97^x$
$\Leftrightarrow \frac{390}{450} = 0{,}97^x$
$\Leftrightarrow x = \log_{0{,}97}\frac{390}{450} = 4{,}70$ $\mathbb{L} = \{4{,}70\}$ Also im 5. Jahr.

Aufgabe B3 – mit Taschenrechner
B 3.1 und 3.2
I $-14 = -0{,}4 \cdot (-5)^2 + b \cdot (-5) + c$
$-14 = -10 - 5b + c$
$c = 5b - 4$
II $2 = -0{,}4 \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$
$2 = -0{,}4 - b + c$
$c = b + 2{,}4$
I = II
$5b - 4 = b + 2{,}4$
$4b = 6{,}4$
$b = 1{,}6$
b in II
$c = 1{,}6 + 2{,}4 = 4$
Damit ist **p: $y = -0{,}4x^2 + 1{,}6x + 4$** und **g: $y = 0{,}25x - 0{,}5$**

Ich habe mal alle Koordinaten dringelassen, daher ist es leider „leicht“ unübersichtlich…



B 3.3

$$|\overline{C_nM_n}|^2 = \sqrt{(x - x)^2 + (-0{,}4x^2 + 1{,}6x + 4 - (0{,}25x - 0{,}5))^2}\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow\ |\overline{C_nM_n}|^2 = \sqrt{(-0{,}4x^2 + 1{,}35x + 4{,}5)^2}\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow\ |\overline{C_nM_n}| = (-0{,}4x^2 + 1{,}35x + 4{,}5)\ \text{cm}$$

Quadratische Ergänzung… hier sind die Zahlen ein wenig „pfui", daher habe ich ausnahmsweise auch schon mittendrin gerundet:

$$|\overline{C_nM_n}| = -0{,}4(x^2 - 3{,}38x + 1{,}69^2 - 1{,}69^2) + 4{,}5$$

$$\Leftrightarrow\ |\overline{C_nM_n}| = -0{,}4[(x - 1{,}69)^2 - 2{,}86] + 4{,}5$$

$$\Leftrightarrow\ |\overline{C_nM_n}| = -0{,}4(x - 1{,}69)^2 + 5{,}64$$

Damit ist die maximale Streckenlänge 5,64 cm für $x = 1{,}69$

B 3.4

Damit ein rechter Winkel entsteht, brauchen wir den Thaleskreis. Und dieser entsteht, wenn die Höhe des Dreicks halb so lang wie die Grundseite ist. Gleichschenklig sind sowieso alle diese Dreiecke.

$A = 0{,}5 \cdot 4\ \text{cm} \cdot 2\ \text{cm} = 4\ \text{cm}^2$ (gilt für beide)

B 3.5

Berechnung der Höhe der gleichseitgen Dreiecke:

$$h^2 = (4\ \text{cm})^2 - (2\ \text{cm})^2$$

$$\Leftrightarrow\ h^2 = 12\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow\ h = 3{,}46\ \text{cm}$$

$$-0{,}4x^2 + 1{,}35x + 4{,}5 = 3{,}46$$

$$\Leftrightarrow\ -0{,}4x^2 + 1{,}35x + 1{,}04 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-1{,}35 \pm \sqrt{1{,}35^2 - 4 \cdot (-0{,}4) \cdot 1{,}04}}{2 \cdot (-0{,}4)}$$

$$\Leftrightarrow\ x_{1/2} = \frac{-1{,}35 \pm \sqrt{3{,}4865}}{-0{,}8}$$

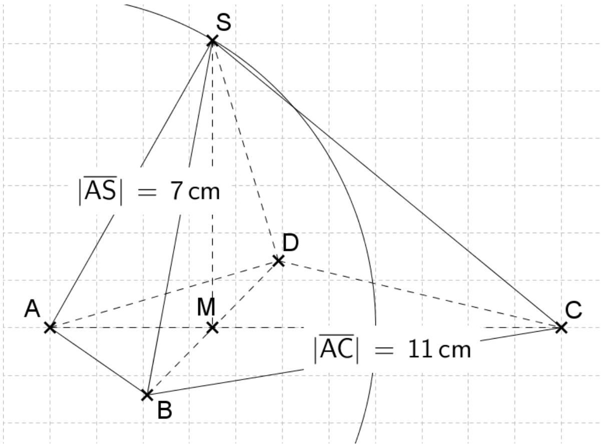
$$\Rightarrow\ x_1 = -0{,}65 \wedge x_2 = 4{,}02 \quad \mathbb{L} = \{-0{,}65;\ 4{,}02\}$$

B 3.6

Wenn $A_7(0|0)$ ist, dann muss M_7 die Koordinaten $M_7\ (2|0)$ haben. Somit hat $C_7(2|-0{,}4 \cdot (2)^2 + 1{,}6 \cdot 2 + 4)$ also $C_7(2|5{,}6)$.

Aufgabe B4 - mit Taschenrechner

B 4.1



B 4.2

Dreieck AMS:

$$\cos \sphericalangle CAS = \frac{|\overline{AM}|}{|\overline{AS}|} = \frac{3{,}50\ cm}{7\ cm} = 0{,}5 \quad \Rightarrow \sphericalangle CAS = 60{,}00°$$

$$|\overline{MS}|^2 = |\overline{AS}|^2 - |\overline{AM}|^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{MS}|^2 = (7\ cm)^2 - (3{,}5\ cm)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{MS}|^2 = 36{,}75\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{MS}| = 6{,}06\ cm$$

Dreieck MCS:

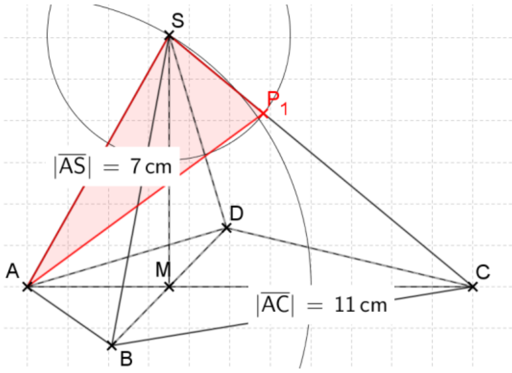
$$|\overline{CS}|^2 = |\overline{MC}|^2 + |\overline{MS}|^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{CS}|^2 = (11\ cm - 3{,}5\ cm)^2 + (6{,}06\ cm)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{CS}|^2 = 92{,}97\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{CS}| = 9{,}64\ cm$$

B 4.3

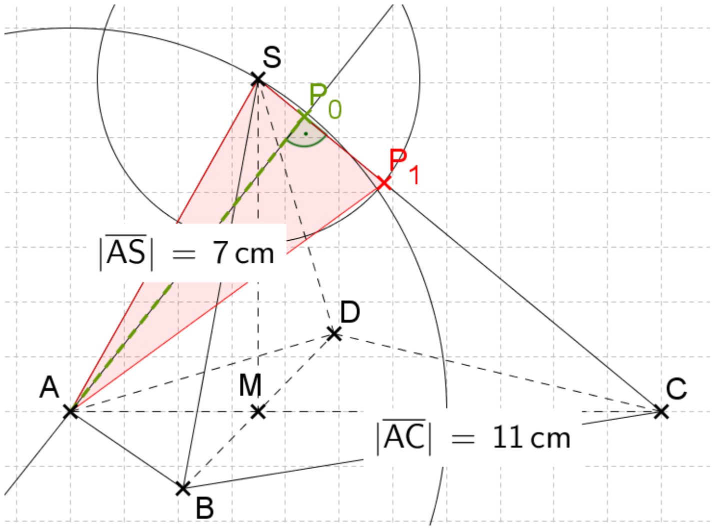


Das größtmöglichge Dreieck entsteht, wenn der Punkt P bis auf den Punkt C „wandert". Also berechnen wir mal die Fläche vom Dreieck ACS:

$$A = 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle CAS \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{AS}|$$

$$\Leftrightarrow A = 0{,}5 \cdot \sin 60° \cdot 11\ \text{cm} \cdot 7\ \text{cm} = 33{,}34\ \text{cm}^2 < 35\ \text{cm}^2$$

B 4.4



Dreieck ACS:

$$|\overline{AC}|^2 = |\overline{AS}|^2 + |\overline{CS}|^2 - 2 \cdot |\overline{AS}| \cdot |\overline{CS}| \cdot \cos \sphericalangle ASC$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ASC = \frac{|\overline{AC}|^2 - |\overline{AS}|^2 - |\overline{CS}|^2}{-2 \cdot |\overline{AS}| \cdot |\overline{CS}|}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ASC = \frac{(11\ \text{cm})^2 - (7\ \text{cm})^2 - (9{,}64\ \text{cm})^2}{-2 \cdot 7\ \text{cm} \cdot 9{,}64\ \text{cm}} = 0{,}16$$

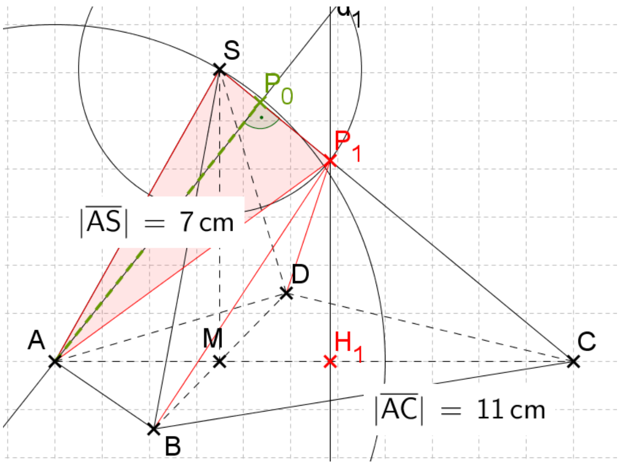
$$\Rightarrow \sphericalangle ASC = 81{,}08°$$

Dreieck AP_0S:

$$\sin \sphericalangle ASC = \frac{|\overline{AP_0}|}{|\overline{AS}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AP_0}| = |\overline{AS}| \cdot \sin \sphericalangle ASC = 7\ \text{cm} \cdot \sin 81{,}08° = 6{,}92\ \text{cm}$$

B 4.5



Vierstreckensatz im Bereich MCS:

$$\frac{|\overline{P_nH_n}|}{|\overline{MS}|} = \frac{|\overline{CP_n}|}{|\overline{SC}|}$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{P_nH_n}| = \frac{|\overline{CP_n}| \cdot |\overline{MS}|}{|\overline{SC}|}$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{P_nH_n}| = \frac{(9{,}64 - x) \cdot 6{,}06}{9{,}64}\ \text{cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{BD}| \cdot |\overline{P_nH_n}|$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 8 \cdot \frac{(9{,}64 - x) \cdot 6{,}06}{9{,}64}\ \text{cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = (-9{,}22x + 88{,}88)\ \text{cm}^3$$

Aufgabensteller hat zwischendurch gerundet und bekommt

$V(x) = (-9{,}24x + 88{,}88)\ \text{cm}^3$ raus…

B 4.6

$$V(\text{Höhe4}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 8 \cdot 4\ \text{cm}^3 = 58{,}67\ \text{cm}^3$$

$$4 = \frac{(9{,}64 - x) \cdot 6{,}06}{9{,}64}$$

$$\Leftrightarrow \quad 38{,}56 = 58{,}4184 - 6{,}06x$$

$$\Leftrightarrow \quad 6{,}06x = 19{,}8584$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 3{,}28 \quad \mathbb{L} = \{3{,}28\}$$