Abschlussprüfung 2025
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II Lehrplan+ Haupttermin

Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 14.12.2025

Aufgabe A1 – ohne Taschenrechner

A 1.1

Innerhalb eines Astes: Multiplizieren

Verschiedene Äste: Addieren

Also: **M IIIa** und **W IIIa**

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{18}{100} + \frac{8}{100} = \frac{26}{100} = 0{,}26 = 26\ \%$$

A 1.2

$$150 \cdot \frac{26}{100} = \frac{150 \cdot 26}{100} = \frac{15 \cdot 26}{10} = \frac{390}{10} = 39$$

Aufgabe A2 – ohne Taschenrechner

A 2.1

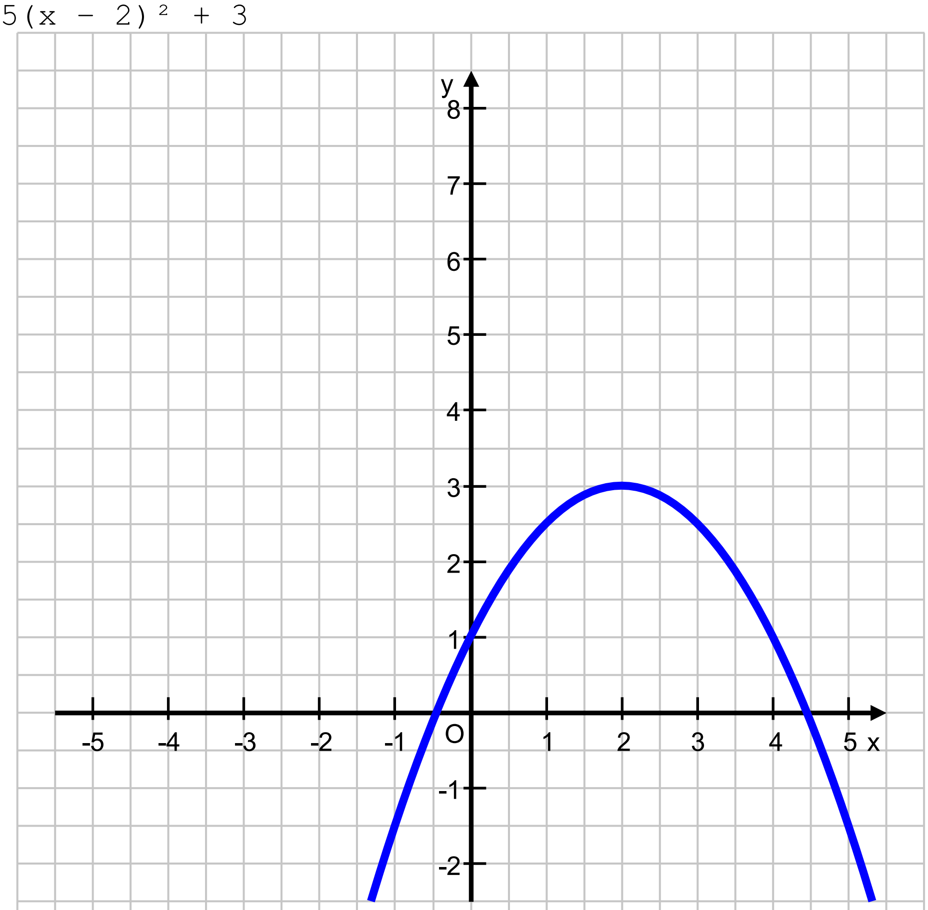
P(0|1) und S(2|3): Ab damit in die Scheitelpunksform!

$$1 = a(0 - 2)^2 + 3$$
$$\Leftrightarrow \quad 1 = 4a + 3$$
$$\Leftrightarrow \quad 4a = -2$$
$$\Leftrightarrow \quad a = -0{,}5$$

A 2.2

Zuerst bauen wir die Parabelgleichung:

$y = -0{,}5(x - 2)^2 + 3$



A 2.3

$y = -0{,}5(x - 2)^2 + 3$ in die Normalform umwandeln:

$\Leftrightarrow \quad y = -0{,}5(x^2 - 4x + 4) + 3$

$\Leftrightarrow \quad y = -0{,}5x^2 + 2x - 2 + 3$

$\Leftrightarrow \quad y = -0{,}5x^2 + 2x + 1$ und damit Antwort D / 4.

Aufgabe A3:
$y = 2x^2 + 4x + 8$
Quadratische Ergänzung:

$y = 2(x^2 + 2x + 1^2 - 1^2) + 8$

$\Leftrightarrow \quad y = 2[(x + 1)^2 - 1) + 8$

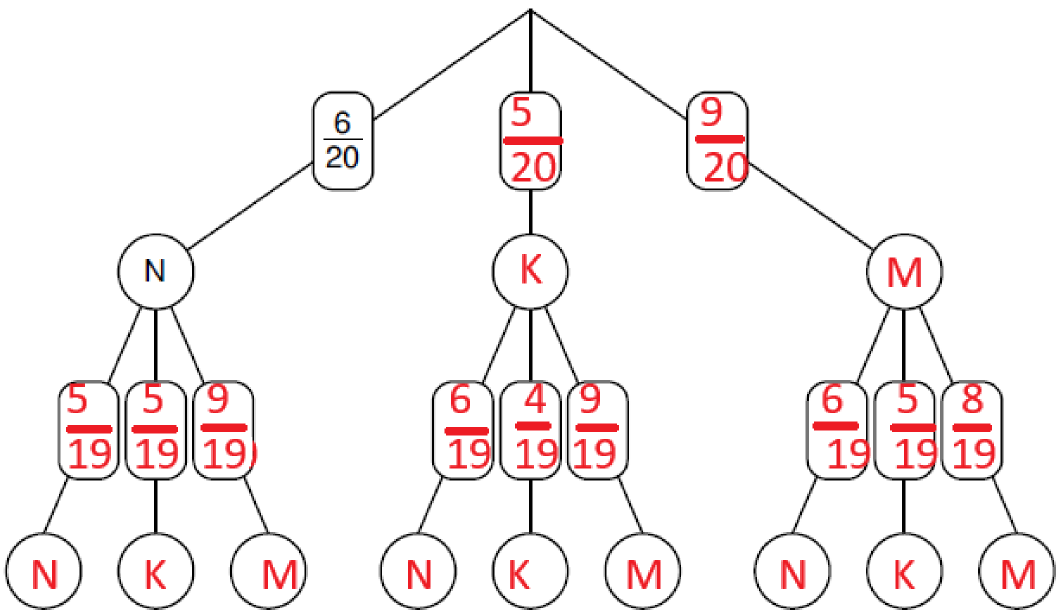
$\Leftrightarrow \quad y = 2(x + 1)^2 + 6$ Damit ist S(-1|6) (y-Wert = 6) und S ist gleichzeitig das Minimum der Parabel. Daher ist y = 6 der kleinstmögliche y-Wert und somit folgt für die Wertemenge:
$W = \{x \mid \geq 6\}$

Aufgabe A4:
Gegenüberliegende Winkel sind immer gleich groß in einer Raute, daher gilt: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DCB = 120°$
Winkelsumme: $360° - 2 \cdot 120° = 120° = 2 \cdot 60°$
Auch jetzt gilt wieder: Gegenüberliegende Winkel sind immer gleich groß in einer Raute, also: $\sphericalangle ADC = \sphericalangle CBA = 60°$
Weiter gilt, dass die Diagonalen die Winkel halbieren. Somit muss das Dreieck ACD gleichseitig sein (3 60°-Winkel), womit alle Seiten gleich lang sind, und damit auch $|\overline{AC}| = |\overline{AD}|$.

Aufgabe B1 – mit Taschenrechner

B 1.1

Ziehen ohne Zurücklegen, so dass beim 2. Zug nur noch 19 Kugeln übrig sind!



B 1.2

NN NK KN KK

$$\frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{6}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19}$$

$$= \frac{30}{380} + \frac{30}{380} + \frac{30}{380} + \frac{20}{380} = \frac{110}{380} = 28{,}95\ \%$$

B 1.3

Nachdem Wilma schon 2 Kugeln aufgefuttert hat (ich hätte einfach alle 20 gefuttert – ohne großes Rechnen oder Nachdenken…), sind nur noch 18 Kugeln im Topf. Wilma hat zudem kein Marzipan erwischt, so dass noch alle 9 Marzipankugeln vorhanden sind. Also:

$$\frac{9}{18} = 0{,}5 = 50\ \%$$

Aufgabe B2 mit Taschenrechner

f: $y = 1600 \cdot 1{,}03^x$

B 2.1
Wir betrachten die $1{,}03^x$ und stellen fest: 0,03 = 3 %

B 2.2
$y = 1600 \cdot 1{,}03^{20} = 2890$ (Milliarden Euro)

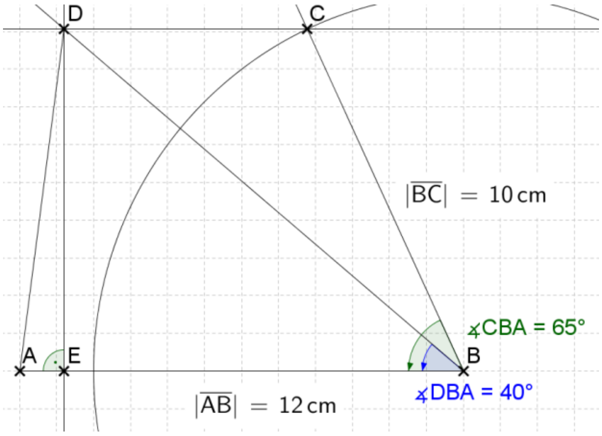
B 2.3
$4 \cdot 1600 = 6400$

$6400 = 1600 \cdot 1{,}03^x$
$\Leftrightarrow \quad 4 = 1{,}03^x$
$\Leftrightarrow \quad x = \log_{1{,}03}4 = 47 \quad L = \{47\}$

B 2.4 Rechnen wir das doch einfach durch:
$y = 1600 \cdot 1{,}03^7 = 1968$ (Milliarden Euro)
$y = 800 \cdot 1{,}03^7 = 984$ (Milliarden Euro)
Das ist exakt die Hälfte (immer noch), also Antwort B / 2.

Aufgabe B3 – mit Taschenrechner

B 3.1



Der Winkel ∢DCB ist ein Z-Winkel, so dass gilt:

∢DCB = 180° – 65° = 115°

B 3.2

Dreieck BCD:

∢CBD = 65° – 40° = 25°

∢BDC = 180° – 115° – 25° = 40°

Sinus-Satz:

$$\frac{|\overline{CD}|}{\sin \sphericalangle CBD} = \frac{|\overline{BC}|}{\sin \sphericalangle BDC}$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{CD}| = \frac{|\overline{BC}| \cdot \sin \sphericalangle CBD}{\sin \sphericalangle BDC} = \frac{10\text{ cm} \cdot \sin 25°}{\sin 40°} = 6{,}57\text{ cm}$$

Und gleich nochmal den Sinus-Satz:

$$\frac{|\overline{BD}|}{\sin \sphericalangle DCB} = \frac{|\overline{BC}|}{\sin \sphericalangle BDC}$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{BD}| = \frac{|\overline{BC}| \cdot \sin \sphericalangle DCB}{\sin \sphericalangle BDC} = \frac{10\text{ cm} \cdot \sin 115°}{\sin 40°} = 14{,}10\text{ cm}$$

B 3.3

Dreieck EBD:

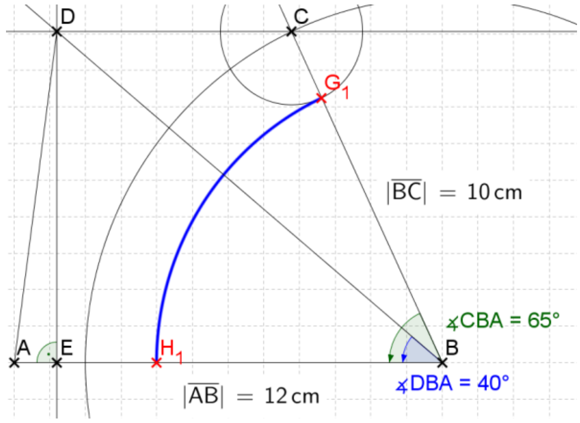
$$\sin \sphericalangle DBA = \frac{|\overline{DE}|}{|\overline{BD}|}$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{DE}| = |\overline{BD}| \cdot \sin \sphericalangle DBA = 14{,}10\text{ cm} \cdot \sin 40° = 9{,}06\text{ cm}$$

$$A_{Trapez} = 0{,}5 \cdot (|\overline{AB}| + |\overline{CD}|) \cdot |\overline{DE}|$$

$$\Leftrightarrow \quad A_{Trapez} = 0{,}5 \cdot (12\text{ cm} + 6{,}57\text{ cm}) \cdot 9{,}06\text{ cm} = 84{,}12\text{ cm}^2$$

B 3.4



Aus dem Konstruktionskreis des Punktes C k(B; r = 10 cm), der den größtmöglichen Kreisbogen zeigt, erkennen wir direkt, dass der Punkt E zu weit links entfernt ist.

Mit dem Pythagoras im Dreieck EBD können wir dann Zahlen liefern:

$$|\overline{BE}|^2 = |\overline{BD}|^2 - |\overline{DE}|^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{BE}|^2 = (14{,}10\ \text{cm})^2 - (9{,}06\ \text{cm})^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{BE}|^2 = 116{,}7264\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{BE}| = 10{,}80\ \text{cm}^2 > 10\ \text{cm}\ \text{(maximaler Radius)}$$

B 3.5

$$A_{\text{sektor}} = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle CBA}{360°}$$

$$\Leftrightarrow \quad A_{\text{sektor}} = (10 - x)^2 \cdot \pi \cdot \frac{65°}{360°}\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad A_{\text{sektor}} = (100 - 20x + x^2) \cdot \pi \cdot \frac{65°}{360°}\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad A_{\text{sektor}} = (0{,}57x^2 - 11{,}34x + 56{,}72)\ \text{cm}^2$$

(erst am Ende runden!)

B 3.6

$$0{,}57x^2 - 11{,}34x + 56{,}72 = 42{,}06$$

$$\Leftrightarrow \quad 0{,}57x^2 - 11{,}34x + 14{,}66 = 0$$

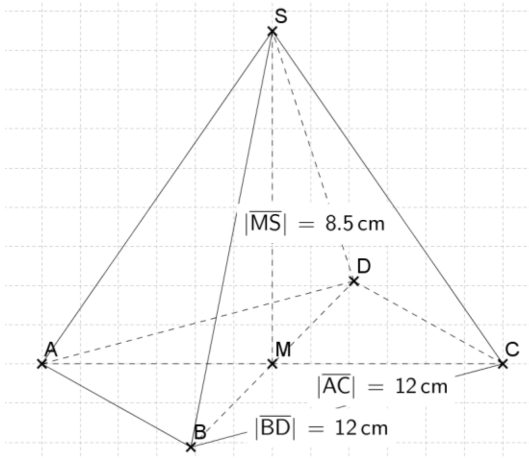
$$x_{1/2} = \frac{11{,}34 \pm \sqrt{(-11{,}34)^2 - 4 \cdot 0{,}57 \cdot 14{,}66}}{2 \cdot 0{,}57}$$

$$\Leftrightarrow \quad x_{1/2} = \frac{11{,}34 \pm \sqrt{95{,}1708}}{1{,}14}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 18{,}50 \wedge x_2 = 1{,}39 \quad \mathbb{L} = \{1{,}39\}\ \text{da}\ 0 \leq x < 10$$

Aufgabe B4 – mit Taschenrechner

B 4.1



Dreieck AMS:

$$|\overline{AS}|^2 = |\overline{AM}|^2 + |\overline{MS}|^2$$

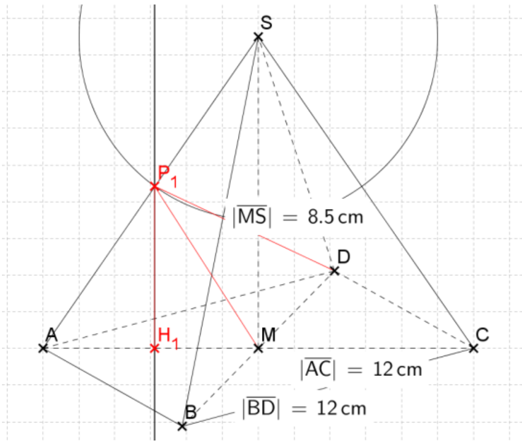
$$\Leftrightarrow \quad |\overline{AS}|^2 = (6\ \text{cm})^2 + (8{,}50\ \text{cm})^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{AS}|^2 = 108{,}25\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{AS}| = 10{,}40\ \text{cm}^2$$

$$\tan \sphericalangle MAS = \frac{|\overline{MS}|}{|\overline{AM}|} = \frac{8{,}50\ \text{cm}}{6\ \text{cm}} = 1{,}42 \quad \Rightarrow \sphericalangle MAS = 54{,}78°$$

B 4.2



$|\overline{AP_1}| = 10{,}40\ \text{cm} - 5\ \text{cm} = 5{,}40\ \text{cm}$

Kosiuns-Satz im Dreieck AMP_1:

$$|\overline{MP_1}|^2 = |\overline{AM}|^2 + |\overline{AP_1}|^2 - 2 \cdot |\overline{AM}| \cdot |\overline{AP_1}| \cdot \cos \sphericalangle MAS$$

$$\Leftrightarrow |\overline{MP_1}|^2 = (6^2 + 5{,}4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5{,}4 \cdot \cos 54{,}78°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{MP_1}|^2 = 27{,}79\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{MP_1}| = 5{,}27\ \text{cm}$$

Wir bleiben im gleichen Dreieck:

$$A_{AMP1} = 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle MAS \cdot |\overline{AM}| \cdot |\overline{AP_1}|$$

$$\Leftrightarrow \quad A_{AMP1} = 0{,}5 \cdot \sin 54{,}78° \cdot 6\text{ cm} \cdot 5{,}40\text{ cm} = 13{,}23\text{ cm}^2$$

B 4.3
Die Grundfläche AMD ist netterweise immer gleich. Also:

$$A_{AMD} = 0{,}5 \cdot |\overline{AM}| \cdot |\overline{MD}|$$

$$\Leftrightarrow \quad A_{AMD} = 0{,}5 \cdot 6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 18\text{ cm}^2$$

Die Höhe ist nun der vorläufige Endgegner. Klassisch sind hier der Sinus-Satz und der Vierstreckensatz im Rennen, wir nehmen mal den letzteren Kandidaten und basteln das im Dreieck AMS, Zentrum ist in A:

$$\frac{|\overline{P_nH_n}|}{|\overline{MS}|} = \frac{|\overline{AP_n}|}{|\overline{AS}|}$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{P_nH_n}| = \frac{|\overline{MS}| \cdot |\overline{AP_n}|}{|\overline{AS}|}$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{P_nH_n}| = \frac{8{,}5 \cdot (10{,}40 - x)}{10{,}40}\text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad |\overline{P_nH_n}| = (8{,}5 - 0{,}82x)\text{ cm}$$

Und schon haben wir alles für die Pyramide

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot A_{AMD} \cdot |\overline{P_nH_n}|$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot (8{,}5 - 0{,}82x)\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = (51 - 4{,}92x)\text{ cm}^3 = (-4{,}92x + 51)\text{ cm}^3$$

Zum Thema „maximales Volumen“: Da vor dem Ausdruck mit x ein Minus steht und $0 \leq x < 10{,}40$ gilt, wird das maximale Volumen von 51 cm^3 genau für $x = 0$ erreicht, alle anderen möglichen x würden für größer werdende x das Volumen verkleinern!

B 4.4

$$-4{,}92x + 51 = 35$$

$$\Leftrightarrow \quad -4{,}92x = -16$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 3{,}25 \qquad \mathbb{L} = \{3{,}25\}$$

Da wir bereits in der Aufgabe zuvor festegestellt haben, dass das Volumen für größer werdende x kleiner wird, sind nun alle Werte für x im Spiel, die kleiner gleich 3,25 sind.
Also: $0 \leq x \leq 3{,}25$ bzw. $x \in [0;3{,}25]$.

B 4.5
Wir begründen das rechnerisch … also rechnen wir es halt aus 😊

$$V(3) = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}5\ cm^3 = 25{,}50\ cm^3$$

$$V_{alles} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 12\ cm \cdot 12\ cm \cdot 8{,}5\ cm = 204\ cm^3$$

204 : 25,5 = 8