Abschlussprüfung 2014
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II — Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 05.06.2019

Aufgabe A1

A 1.1

Vierstreckensatz im Bereich DHC:

MZG: $\frac{\overline{HF}}{\overline{HE}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{HE} + \overline{EF}}{\overline{HE}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AB}}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{\overline{HE} + 6}{\overline{HE}} = \frac{4}{1}$

$\Leftrightarrow \quad 4 \cdot \overline{HE} = \overline{HE} + 6$

$\Leftrightarrow \quad 3 \cdot \overline{HE} = 6$

$\Leftrightarrow \quad \overline{HE} = 2$ und damit $\overline{HE} = 2$ cm

$V = V_{Halbkugel} + V_{Kegel} - V_{fehlenderKegel}$

$\Leftrightarrow V = \frac{4}{6} \cdot \pi \cdot \overline{DF}^3 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{DF}^2 \cdot \overline{HF} - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{AE}^2 \cdot \overline{HE}$

$\Leftrightarrow V = (\frac{4}{6} \cdot \pi \cdot 2^3 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 8 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 2)\ cm^3$

$\Leftrightarrow V = 49{,}7\ cm^3$

A 1.2

$49{,}7 \cdot 0{,}530$ g $= 26{,}341$ g (Keine Rundungsvorgabe)

Aufgabe A2

A 2.1

Dreieck CMB:

$$\tan\gamma = \frac{\overline{BM}}{\overline{CM}} = \frac{8}{6} = 1{,}33 \Rightarrow \gamma = 53{,}13°$$

A 2.2

Dreieck CMB:

$\sphericalangle CBM = 180° - 90° - 53{,}13° = 36{,}87°$

Dreieck FDB:

$$\sin\sphericalangle CBM = \frac{\overline{FD}}{\overline{BD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = \frac{\overline{FD}}{\sin\sphericalangle CBM} = \frac{2{,}50\ m}{\sin 36{,}87°} = 4{,}17\ m$$

Damit ist $\overline{MD} = \overline{MB} - \overline{BD} = 8\ m - 4{,}17\ m = 3{,}83\ m$

$b = r \cdot \pi = 3{,}83\ m \cdot \pi = 12{,}03\ m$

A 2.3

Vorgehen: Berechnung der weißen Flächen und dann vom gesamten Dreieck abziehen.

$A_{Halbkreis} = 0{,}5 \cdot r^2 \cdot \pi = 0{,}5 \cdot (3{,}83\ m)^2 \cdot \pi = 23{,}04\ m^2$

Dreieck FDB:

$$\tan\sphericalangle CBM = \frac{\overline{FD}}{\overline{FB}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FB} = \frac{\overline{FD}}{\tan\sphericalangle CBM} = \frac{2{,}50\ m}{\tan 36{,}87°} = 3{,}33\ m$$

$A_{FDEB} = 2 \cdot 0{,}5 \cdot \overline{FB} \cdot \overline{FD} = 3{,}33\ m \cdot 2{,}50\ m = 8{,}33\ m^2$

$\sphericalangle BDF = 180° - 90° - 36{,}87° = 53{,}13°$

$$A_{SektorDEF} = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot 53{,}13°}{360°}$$

$$\Leftrightarrow A_{SektorDEF} = (2{,}5\ m)^2 \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot 53{,}13°}{360°} = 5{,}80\ m^2$$

$A_{weißoben} = A_{FDEB} - A_{SektorDEF} = 8{,}33\ m^2 - 5{,}80\ m^2 = 2{,}53\ m^2$

$A_{grau} = A_{ABC} - A_{Halbkreis} - A_{weißoben}$

$\Leftrightarrow A_{grau} = (0{,}5 \cdot 12 \cdot 8 - 23{,}04 - 2{,}53)\ m^2$

$\Leftrightarrow A_{grau} = 22{,}43\ m^2$

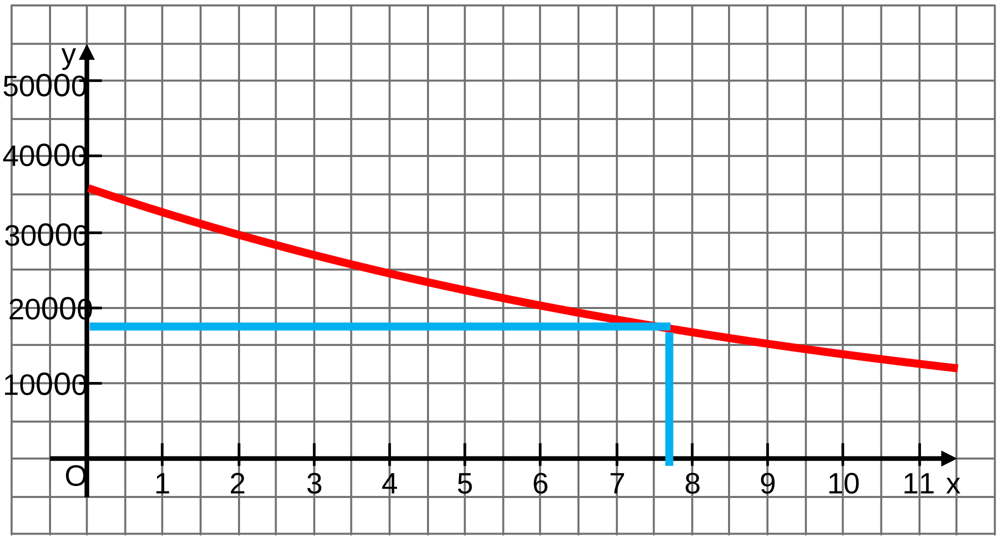
$22{,}43 \cdot 5 = 112{,}15$

Es müssen 112 (113) gepflanzt werden. Gießen nicht vergessen!

Aufgabe A3

A 3.1

x	0	1	2	3	5	7	9	11
y	36000	33000	30000	27000	22000	19000	15000	13000



A 3.2

Nach ca. 8 Jahren.

Nur Zweig I:

$$17000 = 36000 \cdot 0{,}91^x$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \log_{0{,}91}\frac{17000}{36000} = 7{,}96 \qquad \mathbb{L} = \{7{,}96\}$$

A 3.3

$36000\ € \cdot 0{,}91^{13} = 11000\ €$

$36000\ € - 11000\ € = 25000\ €$

Aufgabe B1

B 1.1 und B 1.2

P(-5 | -3,4) Q(2|-0,6) $y = -0{,}4x^2 + bx + c$ **g: y = 0,2x + 6**

I $-3{,}4 = -0{,}4 \cdot (-5)^2 + b \cdot (-5) + c$

$\Leftrightarrow -3{,}4 = -10 - 5b + c$

$\Leftrightarrow c = 6{,}6 + 5b$

II $-0{,}6 = -0{,}4 \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$

$\Leftrightarrow -0{,}6 = -1{,}6 + 2b + c$

$\Leftrightarrow c = 1 - 2b$

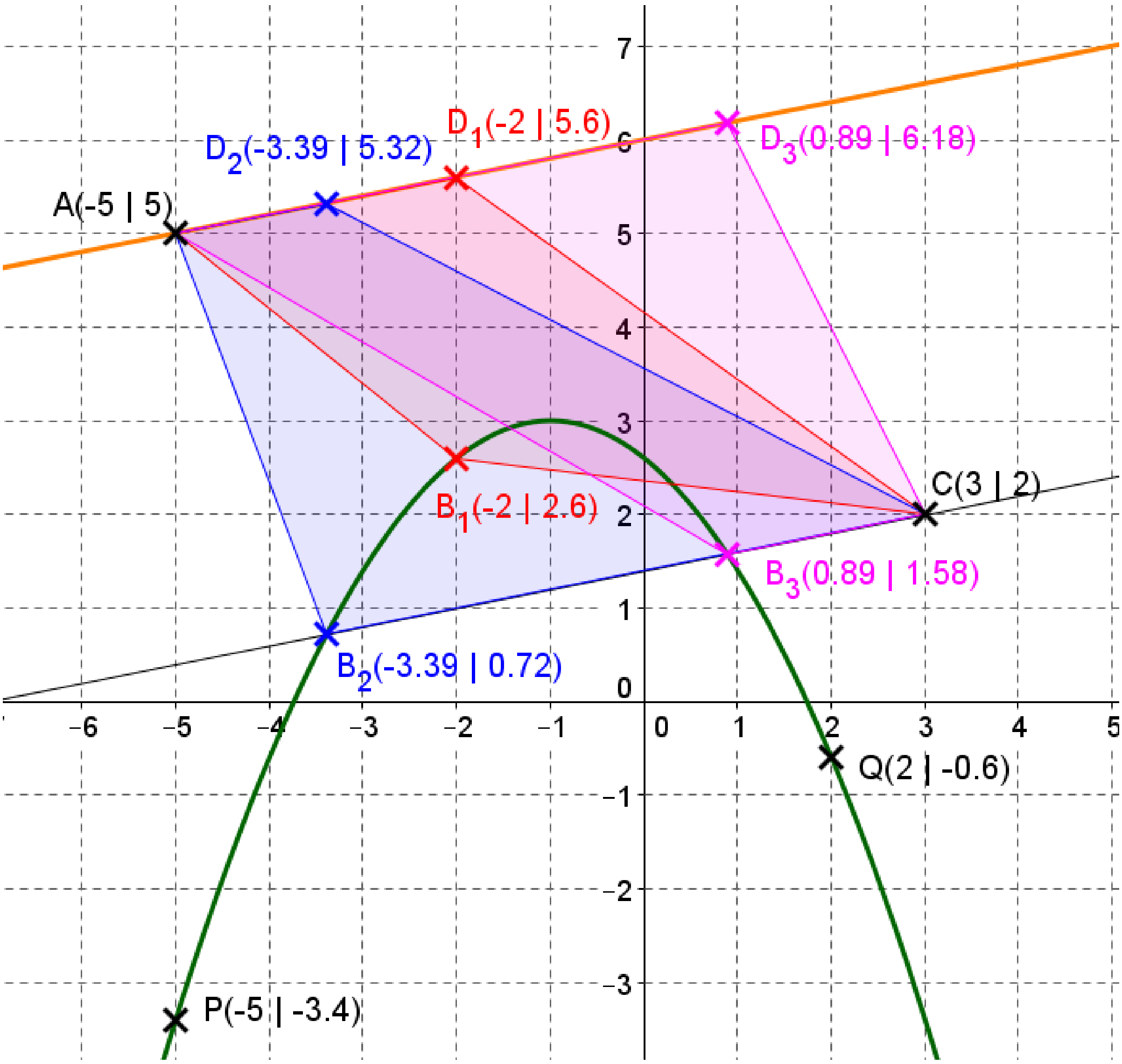
I = II $6{,}6 + 5b = 1 - 2b$

$\Leftrightarrow 7b = -5{,}6$

$\Leftrightarrow b = -0{,}8$ in I

$c = 6{,}6 + 5 \cdot (-0{,}8) = 2{,}6$

Damit ist **p: y = -0,4x² - 0,8x + 2,6**



B 1.3
Kein besonderes Viereck, daher Zerlegung in zwei Dreiecke und dann determinieren wir ein wenig ☺

$$\overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} x - (-5) \\ -0{,}4x^2 - 0{,}8x + 2{,}6 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 5 \\ -0{,}4x^2 - 0{,}8x - 2{,}4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD_n} = \begin{pmatrix} x - (-5) \\ 0{,}2x + 6 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 5 \\ 0{,}2x + 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 - (-5) \\ 2 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$A(x) = A_{ABC} + A_{ACD}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5\left(\begin{vmatrix} x + 5 & 8 \\ -0{,}4x^2 - 0{,}8x - 2{,}4 & -3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8 & x + 5 \\ -3 & 0{,}2x + 1 \end{vmatrix}\right) \text{ FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5(-3x-15+3{,}2x^2+6{,}4x+19{,}2+1{,}6x+8+3x+15)\text{FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5(3{,}2x^2 + 8x + 27{,}2) \text{ FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (1{,}6x^2 + 4x + 13{,}6) \text{ FE}$$

B 1.4

$$A(x) = 1{,}6(x^2 + 2{,}5x) + 13{,}6$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 1{,}6(x^2 + 2{,}5x + 1{,}25^2 - 1{,}25^2) + 13{,}6$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 1{,}6(x + 1{,}25)^2 + 11{,}1$$

Damit ist $A_{min} = 11{,}1$ FE für $x = -1{,}25$

B 1.5 und B 1.6
Die Punkte $B_{2/3}$ liegen auf einer Geraden, die parallel zu g und durch den Punkt C verläuft.

$m_g = 0{,}2$ $C(3|2)$
PSF: $y = 0{,}2(x - 3) + 2$
$\Leftrightarrow$ $y = 0{,}2x + 1{,}4$

Schnittpunkte:

$$0{,}2x + 1{,}4 = -0{,}4x^2 - 0{,}8x + 2{,}6$$

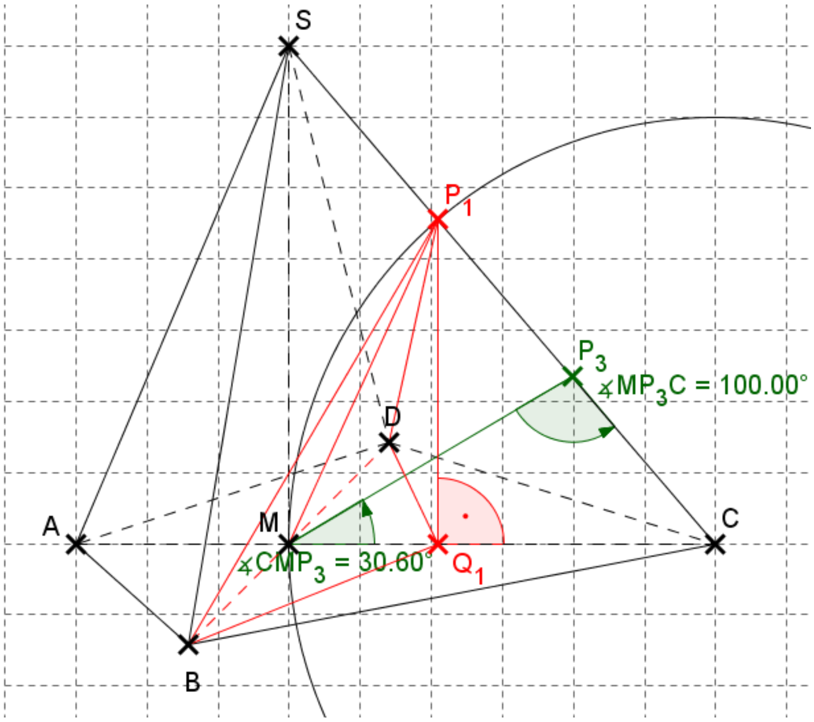
$$\Leftrightarrow 0{,}4x^2 + x - 1{,}2 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 0{,}4 \cdot (-1{,}2)}}{2 \cdot 0{,}4} = \frac{-1 \pm \sqrt{2{,}92}}{0{,}8}$$

$x_1 = 0{,}89 \vee x_2 = -3{,}39$ $\mathbb{L} = \{-3{,}39;\ 0{,}89\}$
Damit ist $B_2(0{,}89 \mid 1{,}58)$ und $B_3(-3{,}39 \mid 0{,}72)$

Aufgabe B2

B 2.1



Pythagoras im Dreieck MCS:

$$\overline{CS}^2 = \overline{MC}^2 + \overline{MS}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CS}^2 = (6\text{ cm})^2 + (7\text{ cm})^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CS}^2 = 85\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CS} = 9{,}22\text{ cm}$$

Tangens im gleichen Dreieck:

$$\tan\gamma = \frac{\overline{MS}}{\overline{MC}} = \frac{7\text{ cm}}{6\text{ cm}} = 1{,}17 \Leftrightarrow \gamma = 49{,}40°$$

B 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck MCP_1:

$$\overline{MP_1}^2 = \overline{MC}^2 + \overline{CP_1}^2 - 2\cdot\overline{MC}\cdot\overline{CP_1}\cdot\cos\gamma$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1}^2 = (6^2 + 6^2 - 2\cdot 6\cdot 6\cdot\cos 49{,}40°)\text{ cm}^2 = 25{,}14\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1} = 5{,}01\text{ cm}$$

B 2.3

Wenn bei P_2 ein rechter Winkel ist, müssen sin / cos / tan im Dreieck MCP_2 gelten:

$$\cos\gamma = \frac{\overline{CP_2}}{\overline{MC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CP_2} = \cos\gamma\cdot\overline{MC} = \cos 49{,}40°\cdot 6\text{ cm} = 3{,}90\text{ cm}$$

Damit ist x = 3,90

B 2.4
Für die Zeichnung:
$\sphericalangle CMP_3 = 180° - 100° - 49,40° = 30,60°$
Sinus-Satz im Dreieck MCP_3:

$$\frac{\overline{CP_3}}{\sin \sphericalangle CMP_3} = \frac{\overline{MC}}{\sin \sphericalangle MP_3C}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CP_3} = \frac{\overline{MC} \cdot \sin \sphericalangle CMP_3}{\sin \sphericalangle MP_3C}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CP_3} = \frac{6\text{ cm} \cdot \sin 30,60°}{\sin 100°} = 3,10\text{ cm}$$

$$A_{MCP3} = 0,5 \cdot \sin \gamma \cdot \overline{MC} \cdot \overline{CP_3}$$
$$\Leftrightarrow A_{MCP3} = 0,5 \cdot \sin 49,40° \cdot 6\text{ cm} \cdot 3,10\text{ cm}$$
$$\Leftrightarrow A_{MCP3} = 7,06\text{ cm}^2$$

B 2.5
Dreieck Q_nCP_n:

$$\sin \gamma = \frac{\overline{Q_nP_n}(x)}{\overline{CP_n}\text{ cm}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nP_n}(x) = \sin \gamma \cdot \overline{CP_n}\text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nP_n}(x) = \sin 49,40° \cdot x = 0,76 \cdot x\text{ cm}$$

Dreieck Q_nCP_n:

$$\cos \gamma = \frac{\overline{CQ_n}(x)}{\overline{CP_n}\text{ cm}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CQ_n}(x) = \cos \gamma \cdot \overline{CP_n}\text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CQ_n}(x) = \cos 49,40° \cdot x = 0,65 \cdot x\text{ cm}$$

Damit ist $\overline{MQ_n}(x) = \overline{MC} - \overline{CQ_n}(x) = (6 - 0,65 \cdot x)\text{ cm}$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{MQ_n}(x) \cdot \overline{BD} \cdot \overline{Q_nP_n}(x)$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (6 - 0,65 \cdot x) \cdot 8 \cdot 0,76 \cdot x)\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (\frac{6,08x}{6} \cdot (6 - 0,65 \cdot x))\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (6,08x - 0,66x^2)\text{ cm}^3$$
$$\Leftrightarrow V(x) = (-0,66x^2 + 6,08x)\text{ cm}^3$$

B 2.6
$$15\text{ cm}^3 = (-0,66x^2 + 6,08x)\text{ cm}^3$$
$$\Leftrightarrow 0,66x^2 - 6,08x + 15 = 0$$
$$D = (-6,08^2) - 4 \cdot 0,66 \cdot 15 = -2,63 < 0 \quad \mathbb{L} = \emptyset$$